

Borealis Horizon: uma viagem relativística em tempo real até os Pilares da Criação — modelo, implementação e limites

Borealis Dynamics

Experimento público em <https://ngc6611.pages.dev> · versão 1.1.0 do site · decolagem em 19 de outubro de 2026, 12:00 (UTC-3) · documento de 19/10/2026

RESUMO

A Borealis Horizon é uma simulação pública, executada no navegador, de uma viagem interestelar com aceleração própria constante de 1 g da Terra até um ponto a 7 anos-luz dos Pilares da Criação (M16), percorrendo 6.985 anos-luz no referencial da Terra. A simulação corre em tempo real a partir de um instante de partida fixado na publicação: o observador vê, a cada segundo de bordo, o estado cinemático previsto pelo modelo — obtido por integração numérica na subida e por expressões em forma fechada nas fases relativísticas de aceleração e frenagem — e o céu que uma câmera de exposição fixa registraria. Este artigo documenta o modelo físico (movimento hiperbólico em forma fechada com uma fase inicial newtoniana integrada por Runge-Kutta; dilatação do tempo; atraso de sinais e horizonte de aceleração; aberração e deslocamento Doppler de cor e brilho; extinção interestelar; fundo cósmico de micro-ondas transformado direção a direção; reconstrução tridimensional da Nebulosa da Águia a partir de fotografias públicas; foguete de fótons ideal), as escolhas de implementação (formulações numericamente estáveis para γ até $\sim 10^4$, tabelas pré-calculadas, integração que conserva fluxo, verificação por testes de regressão) e os limites conhecidos. Com $\gamma = 3.606$ na inversão, 17,21 anos de bordo e 6.987 anos na Terra, a viagem é apresentada como um experimento de visualização: fiel onde a física é calculável e declaradamente simplificada onde a engenharia ou os dados não existem.

ABSTRACT

Borealis Horizon is a public, browser-based simulation of an interstellar voyage at a constant proper acceleration of 1 g from Earth to a point 7 light-years short of the Pillars of Creation (M16), covering 6,985 light-years in Earth's frame. The simulation runs in real time from a launch instant fixed at publication: every board second shows the kinematic state predicted by the model — numerical integration during the ascent, closed-form expressions in the relativistic acceleration and braking phases — and the sky a fixed-exposure camera would record. This paper documents the physical model (closed-form hyperbolic motion with a Newtonian ascent phase integrated by Runge-Kutta; time dilation; signal delay and the acceleration horizon; aberration and Doppler shifts of colour and brightness; interstellar extinction; the cosmic microwave background transformed direction by direction; a three-dimensional reconstruction of the Eagle Nebula from public photographs; an ideal photon rocket), the implementation choices (numerically stable formulations up to $\gamma \sim 10^4$, precomputed tables, flux-conserving integration, regression tests) and the known limitations. With $\gamma = 3,606$ at turnaround, 17.21 board years and 6,987 Earth years, the voyage is presented as a visualization experiment: faithful where physics is computable and openly simplified where engineering or data do not exist.

Palavras-chave: relatividade restrita; movimento hiperbólico; aberração; efeito Doppler; fundo cósmico de micro-ondas; Nebulosa da Águia; visualização científica; WebGL. **Keywords:** special relativity; hyperbolic motion; aberration; Doppler effect; cosmic microwave background; Eagle Nebula; scientific visualization; WebGL.

1. Introdução e desenho do experimento

Viagens com aceleração própria constante são o exemplo clássico de como a relatividade restrita transforma distâncias galácticas em durações humanas: a rapidez cresce linearmente com o tempo próprio e a distância percorrida cresce exponencialmente com ela [1, 2]. O que raramente se vê é o *aspecto* dessa viagem — como o céu se comprime para a frente, como as cores mudam, como o fundo cósmico de micro-ondas (CMB) se torna um foco visível, como a imagem da Terra congela atrás da nave — apresentado sem atalhos, com os números corretos, ao longo da duração real da viagem.

A Borealis Horizon é esse experimento. A nave parte de uma base costeira fictícia, sobe com empuxo de 1,1 g, passa a 1 g de aceleração própria constante, inverte o empuxo no meio do percurso e para, em repouso em relação à Terra, 7 anos-luz antes do plano dos Pilares da Criação, depois de 6.985 anos-luz. A simulação roda em um navegador comum (HTML, JavaScript e WebGL2, sem bibliotecas externas), e o instante da partida, $T_0 = 19/10/2026\ 12:00:00\ \text{UTC}-3$, foi carimbado na publicação: todos os visitantes veem a mesma nave, no mesmo ponto, em tempo real. Não há aceleração do tempo, pausa ou retorno; a viagem dura 17,21 anos de bordo de duração real do site.

O desenho obedece a três princípios. (i) *Fidelidade onde há cálculo*: cinemática, relógios, luz e fundo cósmico são computados a partir das leis físicas, sem efeitos de cena. (ii) *Exposição fixa*: o ganho e a função de compressão tonal da janela são fixados previamente, sem ajuste automático de exposição conforme a cena. (iii) *Simplificação declarada*: o que a engenharia não sabe fazer (o motor, o escudo) e o que os dados não contêm (a terceira dimensão da nebulosa) é assumido explicitamente e listado para o público na página "Licença poética" do site. Este artigo é a contraparte técnica dessa lista: descreve o modelo, as fórmulas, a implementação e os problemas conhecidos.

A Seção 2 apresenta o modelo de movimento; a Seção 3, o tempo e os sinais; a Seção 4, a luz (aberração, Doppler, extinção, catálogos, exposição, Terra); a Seção 5, o fundo cósmico; a Seção 6, a reconstrução da Nebulosa da Águia; a Seção 7, a propulsão, a energia e o fluxo no escudo; a Seção 8, os encontros cenográficos; a Seção 9, os instrumentos, o diário e o rádio de bordo; a Seção 10, a implementação e a robustez numérica; a Seção 11, as limitações e os problemas conhecidos. Os apêndices reúnem constantes, parâmetros e marcos.

2. Modelo de movimento

2.1 Fase de subida ($\tau < 24\ \text{h}$)

A trajetória é uma função pura do tempo de bordo τ (segundos desde a partida), definida em duas fases. Na primeira, com duração fixa de um dia de bordo, a nave sobe radialmente a partir da superfície da Terra sob a gravidade terrestre e um empuxo por unidade de massa

$$a(r) = \max\left(1, 1\frac{GM}{r^2}, g_0\right), \quad (1)$$

com $GM = g_0 R_\oplus^2$ ($g_0 = 9,80665\ \text{m/s}^2$, $R_\oplus = 6.371\ \text{km}$), de modo que o empuxo vale 1,1 g na plataforma e passa a g_0 quando $1,1\ GM/r^2$ cai abaixo de g_0 , a 311 km de altitude ($r = R_\oplus\sqrt{1,1}$). A aceleração resultante é $a(r) - GM/r^2$: 0,1 g líquido no início, crescendo até praticamente 1 g conforme a gravidade terrestre some. Não há atmosfera, arrasto, rotação da Terra, Sol nem Lua nesta fase (Seção 11). O sistema

$$\frac{dr}{d\tau} = v, \quad \frac{dv}{d\tau} = a(r) - \frac{GM}{r^2} \quad (2)$$

é integrado por Runge–Kutta de quarta ordem com passo variável prescrito $h = 0,02 + 5 \times 10^{-4} \tau$ (de 20 ms no chão a 43 s ao fim do dia), guardando as tabelas τ , r , v e a aceleração. Como $v \ll c$ durante todo o dia (827 km/s ao final), a fase é tratada como newtoniana; a correção relativística entra em duas integrais acumuladas junto com o estado: a *queima* b (rapidez acumulada pelo empuxo, Seção 7),

$$b(\tau) = \frac{1}{c} \int_0^\tau a(r(\tau')) d\tau', \quad (3)$$

integrada pela regra de Simpson em cada passo, e o tempo da Terra $t_\oplus$, com a dilatação ao primeiro ordem em v^2/c^2 ,

$$dt_\oplus = \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) d\tau, \quad (4)$$

avaliada com a média de v^2 nas extremidades do passo. Ao fim do dia a nave está a 34,9 milhões de quilômetros do centro da Terra, a 827 km/s, com $t_\oplus - \tau = 0,107$ s. Entre os nós da tabela, o estado é interpolado por polinômios de Hermite cúbicos usando as derivadas conhecidas (v para r , a para v), o que preserva a continuidade de r , v e da aceleração reportada.

2.2 Fase relativística: movimento hiperbólico em forma fechada

A partir de $\tau_1 = 86.400$ s, a aceleração própria é constante, $a = g_0$, e a trajetória é o movimento hiperbólico de Rindler [1, 3]. Com a rapidez η definida por $\beta = \tanh \eta$ e $\gamma = \cosh \eta$, a aceleração própria constante dá

$$\eta(\tau) = \eta_1 + \frac{a}{c} (\tau - \tau_1), \quad (5)$$

com $\eta_1 = \operatorname{artanh}(v_1/c) = 2,76 \times 10^{-3}$ a rapidez no fim da subida. A posição radial e o tempo da Terra seguem, para $\tau_1 \leq \tau < \tau_F$,

$$r = r_1 + \frac{c^2}{a} \cdot 2 \sinh \frac{\eta + \eta_1}{2} \sinh \frac{\eta - \eta_1}{2}, \quad t_\oplus = t_1 + \frac{c}{a} \cdot 2 \cosh \frac{\eta + \eta_1}{2} \sinh \frac{\eta - \eta_1}{2}, \quad (6)$$

que são as identidades $\cosh \eta - \cosh \eta_1 = 2 \sinh((\eta + \eta_1)/2) \sinh((\eta - \eta_1)/2)$ e $\sinh \eta - \sinh \eta_1 = 2 \cosh((\eta + \eta_1)/2) \sinh((\eta - \eta_1)/2)$ escritas sem a subtração de dois números quase iguais (Seção 10). A inversão ocorre na rapidez η_F tal que a frenagem simétrica, de η_F a zero, cubra exatamente a distância restante até o destino $D = 6.985$ al:

$$\cosh \eta_F = \frac{1}{2} \left[\frac{a(D - r_1)}{c^2} + \cosh \eta_1 + 1 \right], \quad (7)$$

obtida igualando $r(\eta_F) + (c^2/a)(\cosh \eta_F - 1) = D$. Na frenagem ($\tau_F \leq \tau < \tau_{\text{fim}}$) a rapidez decresce linearmente, $\eta = (\tau_{\text{fim}} - \tau) a/c$, e a distância que falta é

$$D - r = \frac{c^2}{a} \cdot 2 \sinh^2 \frac{\eta}{2}, \quad t_{\text{fim}} - t_\oplus = \frac{c}{a} \sinh \eta. \quad (8)$$

A Tabela 1 resume os valores. A escala $c/a = 0,9687$ ano é a constante natural da viagem: cada 0,9687 ano de bordo acrescenta uma unidade à rapidez; cada "9" a mais na fração da velocidade da luz custa o mesmo trecho de fita, como mostra a fita de rapidez do painel de velocidade.

Tabela 1. Valores característicos da trajetória ($a = g_0$, $D = 6.985$ anos-luz).

Grandeza	Valor	Observação
Fim da subida, τ_1	86.400 s	$r_1 = 3,49 \times 10^7$ km, $v_1 = 827$ km/s, $\eta_1 = 2,76 \times 10^{-3}$
Rapidez na inversão, η_F	8,8836	$\gamma_F = 3.606,3$; $1 - \beta_F = 3,84 \times 10^{-8}$ (faltam 41,5 km/h para c)
Inversão, τ_F	8,6057 anos	$t_{\oplus} = 3.493,47$ anos; $r_F = 3.492,5$ al
Chegada, τ_{fim}	17,2114 anos	6.286,5 dias de bordo; $t_{\oplus} = 6.986,94$ anos
Velocidade própria máxima, $\gamma\beta c$	7,23 UA/s	distância no mapa da Galáxia por segundo de bordo
Percurso contraído na inversão, D/γ_F	1,94 al	a rota inteira, medida a bordo
Queima total, b_{fim}	17,7672	razão de massas $e^b = 5,20 \times 10^7$ (Seção 7)

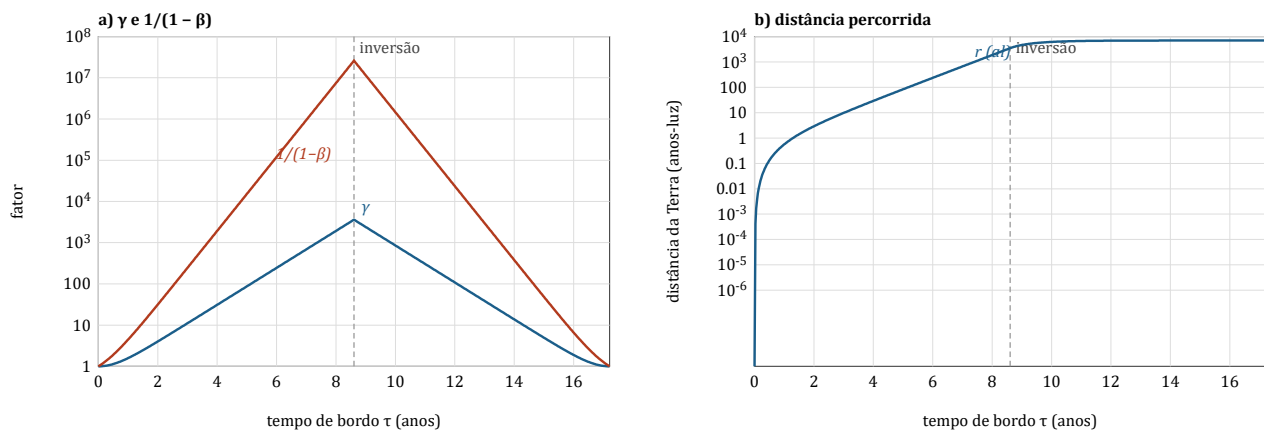


Figura 1. Cinemática da viagem em função do tempo de bordo, pelas equações (5)–(8): (a) o fator de Lorentz $\gamma = \cosh \eta$ e $1/(1 - \beta) = (e^{2\eta} + 1)/2$ crescem exponencialmente até a inversão ($\gamma = 3.606$; $1 - \beta = 3,8 \times 10^{-8}$) e decrescem simetricamente na frenagem; (b) a distância à Terra em anos-luz, em escala logarítmica — a nave cruza 1 ano-luz aos 1,29 ano de bordo e metade do percurso (3.492,5 al) na inversão.

2.3 Estado instantâneo e marcos

Para qualquer τ a função de estado devolve fase, τ , $t_{\oplus}$, r , v , η , β , γ , $\varepsilon = 1 - \beta$, aceleração reportada e queima. Marcos definidos por uma distância ou por uma grandeza física (escape da gravidade terrestre, órbitas planetárias, 1 dia-luz, heliopausa, Nuvem de Oort, Bolha Local, limiares de temperatura do CMB, distâncias de estrelas de referência) são resolvidos por bisseção sobre a função de estado, com 200 iterações no máximo e parada quando o ponto médio coincide com um extremo em dupla precisão; marcos de duração fixa e de calendário são construídos diretamente. Um marco como "Distância de Proxima Centauri" significa atingir, a partir da Terra, a distância dessa estrela (4,25 al) — não passar por ela. O mesmo estado alimenta todos os painéis, o diário de bordo, o rádio e o céu: não existe uma segunda fonte de verdade.

3. Tempo e sinais

3.1 Relógios

O relógio de bordo é o relógio real do visitante, alinhado ao do servidor pelo cabeçalho Date de uma requisição HEAD — uma estimativa de alinhamento, não uma garantia: o cabeçalho tem resolução de 1 s, a rede pode ser assimétrica e, se a requisição falhar, vale o relógio local — e $\tau = t_{\text{agora}} - T_0$. O painel "Terra à frente" mostra $t_{\oplus} - \tau$ com unidade dinâmica. No início a diferença cresce como $a^2 \tau^3 / (6c^2)$, por (4): 1,8 attossegundo no primeiro segundo, 1 picossegundo só aos 82 s — abaixo da resolução da integração em

dupla precisão nos primeiros segundos, o que é a razão do piso em picossegundos do painel; na chegada são 6.970 anos de vantagem. A velocidade própria, $\gamma\beta c$, é mostrada no painel de velocidade: na inversão a nave avança 7,23 UA do mapa da Galáxia por segundo de bordo. O painel de navegação mostra a distância que falta medida a bordo (a distância no referencial da Terra dividida por γ) e quanto a contração já encurtou o caminho; dividida por γ_F , a rota inteira teria 1,94 ano-luz.

3.2 Referenciais dos relógios

Três tempos aparecem nos instrumentos e convém não confundi-los. τ é o tempo próprio da nave — o relógio de bordo. $t_\oplus$ é o tempo coordenado do referencial inercial em que a Terra está em repouso, o "tempo da Terra" do modelo; $t_\oplus - \tau$ é a vantagem acumulada desse relógio sobre o de bordo, mas não é algo que a câmera traseira possa mostrar: a imagem que chega foi emitida em $t_\oplus - x/c$, muito antes (Seção 3.3), e a simultaneidade do referencial instantaneamente comóvel da nave é ainda outra construção, não usada nos painéis. Do mesmo modo, $\gamma\beta c$ é distância no referencial da Terra por segundo próprio da nave; localmente, nada ultrapassa c . A relatividade geral fica fora do modelo: a gravidade terrestre entra como força newtoniana na subida, mas não há correção gravitacional dos relógios. A escala do que se omite não é desprezível diante da precisão exibida: o potencial da superfície terrestre ($\Delta\Phi/c^2 \approx 7 \times 10^{-10}$) acumula ~ 150 s em 6.987 anos, e o do Sol a 1 UA ($\approx 10^{-8}$), ~ 36 min — o "tempo da Terra" ao segundo depende do referencial e do potencial escolhidos [22].

3.3 Atraso de sinais e horizonte de aceleração

A ligação com a Terra é tratada com a Terra parada no ponto de partida e luz em linha reta (a órbita terrestre, de 8 minutos-luz, é desprezada diante de 6.985 anos-luz). Com $x = r - R_\oplus$, a imagem da Terra que chega à nave no estado $(t_\oplus, x)$ foi emitida em $t_\oplus - x/c$, e um sinal emitido pela nave chega à Terra em $t_\oplus + x/c$. Para quem acelera a g a partir do repouso existe um horizonte: sinais emitidos na origem depois de $t_\oplus = c/a = 0,9687$ ano nunca alcançam a nave enquanto ela acelera [3]. A simulação não impõe esse fato; ele emerge de (6): na inversão, a luz que chega da Terra foi emitida apenas 0,9686 ano depois da partida e tem 3.492,5 anos de idade; na chegada, foi emitida 1,937 ano depois da partida.

A imagem da Terra, além de velha, corre em câmera lenta e avermelhada pelo fator Doppler traseiro

$$D_{\text{ré}} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = e^{-\eta}, \quad (9)$$

igual a $1/7.213$ na inversão: um segundo de bordo mostra $1/7.213$ de segundo da Terra, e a luz chega 7.213 vezes mais vermelha. O Sol pela ré é um corpo negro de 5.772 K visto a $T' = 5.772 e^{-\eta} = 0,80$ K na inversão — mais frio que o fundo cósmico — e uma estação de FM em 100 MHz chegaria em 13,9 kHz. A câmera traseira mostra data de emissão, idade da luz e o fator de câmera lenta, calculados por essas expressões.

3.4 Calendário

Os contadores de duração usam anos de 365,25 dias (31.557.600 s) e meses de um doze avos de ano; as datas são obtidas somando τ ou $t_\oplus$ ao instante da partida — fixado em UTC (19/10/2026 15:00:00 UTC, apresentado como 12:00 UTC-3) — e formatadas no fuso local do visitante; o calendário do diário de bordo usa o fuso de Brasília. Nenhuma comunicação real existe: o painel calcula o atraso que um sinal teria; o rádio de bordo é ficção escrita para o trajeto (Seção 11).

4. Luz

4.1 Aberração

Cada fonte em repouso no referencial da Galáxia é vista pela nave numa direção aberrada. Com θ o ângulo entre a fonte e a direção do movimento no referencial da Galáxia e θ' o ângulo observado, a relação exata é

$$\tan \frac{\theta'}{2} = e^{-\eta} \tan \frac{\theta}{2}, \quad (10)$$

a "fórmula do meio-ângulo" [4]. Ela é preferida à forma usual $\cos \theta' = (\cos \theta + \beta)/(1 + \beta \cos \theta)$ porque permanece estável quando $\beta \rightarrow 1$: $\tan(\theta/2)$ é calculado como $\sin \theta/(1 + \cos \theta)$ para o hemisfério da frente e $(1 - \cos \theta)/\sin \theta$ para o de trás, sem cancelamento, e o fator $e^{-\eta}$ comprime o hemisfério dianteiro ($\theta < 90^\circ$) em um cone de raio angular $2 \cdot \text{atan}(e^{-\eta}) \approx 2e^{-\eta}$ em torno da proa; a direção exatamente traseira continua atrás. Na inversão o hemisfério dianteiro cabe num círculo de $0,016^\circ$ de raio — o que o painel de aberração chama "metade do céu num círculo de θ'' ". A mesma fórmula, invertida, é usada para a nebulosa, a Via Láctea difusa e a Terra: integra-se o raio no referencial de repouso e transforma-se a radiância no fim.

4.2 Doppler: cor e brilho

O fator Doppler de uma fonte vista na direção θ' é $D = 1/[\gamma(1 - \beta \cos \theta')]$. Para $\gamma \sim 10^3$ a expressão $1 - \beta \cos \theta'$ perde dígitos perto da proa — de forma mensurável em dupla precisão e severa no float32 do shader, cujo épsilon de máquina (6×10^{-8}) supera $1 - \beta$ na inversão; a implementação usa a forma equivalente

$$D = \frac{1}{\gamma \left[\varepsilon + 2\beta \sin^2 \left(\theta' / 2 \right) \right]}, \quad \varepsilon = 1 - \beta = \frac{2}{e^{2\eta} + 1}, \quad (11)$$

em que ε é obtido diretamente da rapidez, sem subtrair β de 1 (Seção 10). Uma estrela tratada como corpo negro de temperatura T aparece como corpo negro de temperatura $T' = D \cdot T$; uma linha de emissão de comprimento de onda λ aparece em $\lambda' = \lambda/D$; o fluxo de uma fonte pontual escala com D^2 e a radiância de uma fonte extensa com D^4 [5]. Para estrelas do catálogo HYG, que têm velocidade própria, o Doppler da estrela em relação ao referencial da Galáxia é incluído no mesmo logaritmo. É dessas três regras, aplicadas a cada estrela, que o arco-estelar emerge: na frente as estrelas frias (3.000–4.000 K) deslocadas por $D \sim 2$ –3 tornam-se brancas e azuis, as quentes somem no ultravioleta, e o céu de trás apaga-se e avermelha.

4.3 Espectros, cores e catálogos

Os espectros estelares são corpos negros. A conversão de temperatura para cor usa as funções de igualação CIE 1931 no ajuste analítico de Wyman, Sloan e Shirley [6], integradas numericamente com a lei de Planck entre 360 e 830 nm, e a matriz XYZ→sRGB linear; o resultado é a fração da potência bolométrica que cai em cada canal, tabulada em 1.024 temperaturas de $\log_{10} T = 0,5$ a 9,5 e amostrada no shader com interpolação (sem degraus de cor). A radiância de uma estrela de luminosidade visual L_V a distância d é L_V/d^2 em unidades de $L_\odot/(4\pi \text{ al}^2)$, com a temperatura do HYG estimada pela cor B–V (Ballesteros 2012 [7]; B–V = 0,65 quando falta) e a do adendo Gaia por classe espectral.

O catálogo tem 299.858 estrelas: as 109.400 do HYG v4.1 [8], com posições, velocidades e época J2000, e 190.458 selecionadas da distribuição Gaia EDR3/Hipparcos/Tycho preparada para o Celestia [9] ($V < 9$ ao longo da rota, $V < 9$ na Terra ou $V < 13$ a 15° do destino), deduplicadas por HIP/HD. As posições são tridimensionais, de modo que a paralaxe ao longo da rota é geométrica, não encenada. Para o HYG, a posição exibida é a retardada: resolve-se, por iteração de ponto fixo, o instante de emissão t_e tal que a luz

emitida em $p + v \cdot (t_e - \text{época})$ chegue ao observador no ano corrente, ancorando a solução à posição observada na época do catálogo. Não há cintilação, luz zodiacal nem lentes gravitacionais.

4.4 Extinção interestelar

A poeira é um disco axissimétrico explícito, com profundidade óptica integrada entre observador e fonte,

$$\tau = K \int_0^d e^{-|z|/H} ds, \quad K = 5,1 \times 10^{-4} \text{ al}^{-1}, \quad H = 330 \text{ al}, \quad (12)$$

com o Sol a 65 al do plano; K equivale a 0,55 magnitude por mil anos-luz no plano. A integral tem forma fechada ao longo de um segmento reto (apêndice A). A extinção é aplicada de forma *diferencial*: a magnitude de catálogo já inclui a extinção até a Terra, então subtrai-se a profundidade óptica Terra-estrela e soma-se a nave-estrela, para que uma estrela conserve seu brilho medido enquanto a nave está perto da Terra. A dependência espectral usa fatores $\exp(-\{-0,18; 0; 0,30\} \cdot \tau)$ nos canais R, G e B. O brilho difuso da Via Láctea é um modelo de disco com densidade $0,055 \cdot e^{-R/8500} \cdot e^{-|z|/700}$ (anos-luz), espectro de 5.000 K e centro galáctico a 26.670 al, integrado em 28 passos logarítmicos até 72.000 al, com a mesma poeira; as Nuvens de Magalhães, M31 e M33 são nuvens de partículas com a forma aproximada. As consultas ao mapa tridimensional Bayestar não responderam durante a preparação, de modo que nenhuma nuvem real de poeira é representada (Seção 11).

4.5 Exposição fixa, PSF e conversão para a tela

O renderizador é HDR: o fluxo de cada estrela é acumulado em um *buffer* de meia precisão, em unidades físicas, com um ganho fixo E escolhido uma vez ($E_{\text{escuro}} = 5.400$ na calibração de referência de 1.200 px/rad, escalado com $(\text{px/rad})^2$ para que o brilho seja independente da resolução). Uma estrela não resolvida é desenhada como gaussiana compacta, $\sigma = \max(0,55 \text{ px}; 1,2 \times 10^{-4} \text{ rad} \cdot \text{px/rad})$, sem disco luminoso artificial; um disco físico só aparece quando o raio angular aberrado excede 1,2 px. A conversão para a tela é uma compressão SDR fixa, não um olho simulado nem uma exposição automática:

$$m = \text{mix}\left(\frac{c(1 - e^{-L})}{L}, 1 - e^{-c}, s(L)\right), \quad m' = 1,03 \frac{m^2}{m + 0,03}, \quad \text{saída} = m'^{1/2,2}, \quad (13)$$

em que c é a cor linear, L sua luminância e $s(L)$ uma transição suave entre 1,5 e 12 que passa de preservar o matiz a saturar por canal. Com essa calibração, em repouso toda estrela até magnitude 7 aparece e o limite de renderização fica na faixa de magnitude 8 — o critério é um pixel acima de um limiar fixo de brilho na tela, verificado por uma réplica em CPU do shader sobre o catálogo (Seção 10). Tomando magnitude 8,0 como referência aproximada e 6,5 como referência de observação a olho nu em céu escuro, a diferença corresponde a fontes com cerca de quatro vezes menos fluxo ($10^{0,4 \cdot 1,5} \approx 4$). Essa comparação caracteriza a exposição escolhida; não constitui uma calibração da visão humana. As contagens — cerca de 56.000 estrelas renderizadas no céu inteiro, contra ~9.000 visíveis a olho nu — referem-se ao céu inteiro e não medem sensibilidade. A câmera traseira usa o mesmo ganho.

4.6 Terra, atmosfera e base de lançamento

A Terra é desenhada como esfera texturizada com o composto Blue Marble: Next Generation de janeiro de 2004 (2.048×1.024) [20] e a cobertura de nuvens Blue Marble Clouds, esta com detalhe procedural contínuo em duas camadas esféricas (1,5–3,8 km e 8,5–9,3 km de altitude) para que a aproximação da câmera não revele pixels. A superfície recebe a luz solar com o terminador do instante da partida e um halo atmosférico de espalhamento simples; o céu diurno visto da base escurece entre 50 e 100 km de altitude, por escolha visual, mantendo o limbo iluminado. A base é cenário: latitude igual à declinação de M16

($-13,88^\circ$, imposta pelo eixo da rota), longitude visual fixa em $-39,02^\circ$, câmera a 35 m, torre de 112 m, litoral e rio procedurais; os detalhes da base somem a 12 km e o conjunto a 90 km. A orientação da Terra exibida não gira (Seção 11). Quando a Terra se reduz a menos de 1,2 px de raio aparente ela passa a ponto, um corpo negro de 5.772 K com luminosidade $1,36 \times 10^{-10} L_\odot$ e uma tinta azulada, e é ocultada pela Terra de cena a estrela que fique atrás do disco.

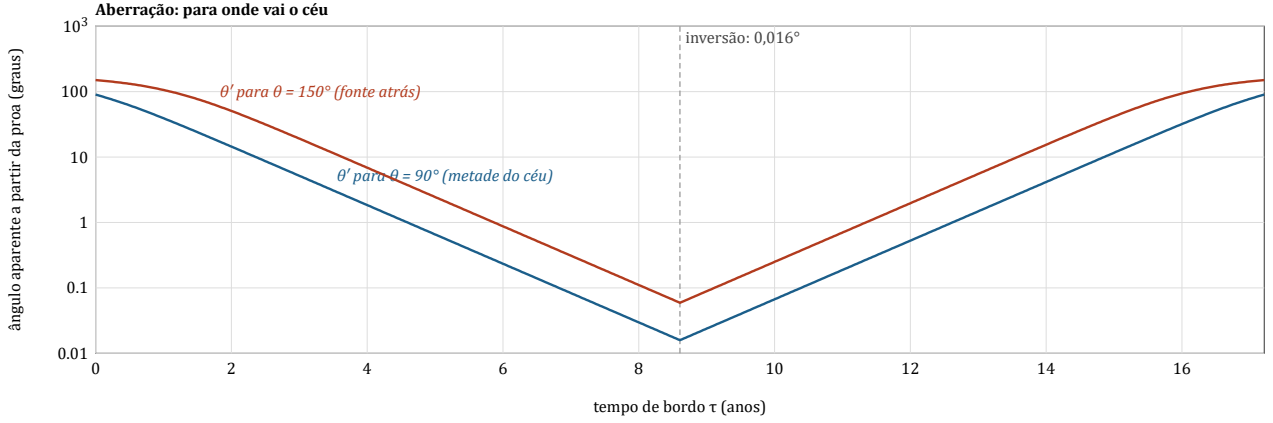


Figura 2. Ângulo aparente, medido a partir da proa, de uma fonte que no referencial da Galáxia está a 90° (fronteira da metade do céu) e de uma fonte a 150° , quase atrás da nave, pela equação (10): $\tan(\theta'/2) = e^{-\eta} \tan(\theta/2)$. Com 1 ano de bordo a metade do céu já cabe em 39° ; com 3 anos, em 7° ; na inversão, em $0,016^\circ$ — e a fonte de trás aparece a $0,06^\circ$ da proa.

5. Fundo cósmico de micro-ondas

O CMB é um corpo negro a $T_0 = 2,7255$ K [10] no referencial em que ele é isotrópico. Para um observador em movimento, cada direção continua apresentando um espectro de corpo negro, com temperatura

$$T(\theta) = \frac{T_0}{\gamma(1 - \beta \cos \theta)}, \quad (14)$$

θ medido a partir da direção do movimento [11]. A nave parte do Sistema Solar, que já se move a 369,82 km/s em direção a $(l, b) = (264,021^\circ, 48,253^\circ)$ em relação ao CMB [10]; o boost da nave é composto com esse dipolo: o eixo e a rapidez efetiva do referencial do CMB visto da nave são obtidos compondo as duas velocidades, com o cuidado de calcular $\gamma - |\gamma\beta|$ como $e^{-\eta}$ para evitar cancelamento. A temperatura em uma direção d é então $T_0/(e^{-\eta_{ef}} + \frac{1}{2}|\gamma\beta|_{ef}|d - \text{eixo}|^2)$, em que $|d - \text{eixo}|^2 = 2(1 - \cos \theta)$ é estável no ápice. Na proa, na inversão, $T = 19.652$ K.

A radiância de cada direção é a lei de Planck integrada no visível com as funções CIE, tabulada em 2.048 temperaturas de 300 a 50.000 K em escala logarítmica. A mancha óptica é integrada sobre a área de cada pixel com quadratura de Gauss de 4 pontos e subdivisão adaptativa (até seis níveis) do núcleo, cuja largura angular $\sim 2e^{-\eta}$ rad é comparada ao pixel independentemente da resolução; assim um ápice menor que um pixel conserva sua energia ao cruzar a fronteira entre pixels ou mudar de resolução. Abaixo de 300 K de pico a cauda visível é inferior a $10^{-22} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$ e a mancha não é calculada. O resultado é somado em ponto flutuante de 32 bits antes da compressão (13) e *não* é atenuado pela poeira dos Pilares, que é transparente em micro-ondas no referencial da poeira.

A irradiância sobre uma placa voltada para a proa, $\int \sigma T(\theta)^4 / \pi \cos \theta d\Omega$ sobre o hemisfério frontal, é tabulada em η com passos logarítmicos em θ (o cone quente tem largura $\sim 1/\gamma$): vale $\sigma T_0^4 = 3,1 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$ em repouso e tende a $(16/3)\gamma^2 \sigma T_0^4$, a componente T^{0x} da radiação transformada; na inversão vale 217 W/m^2 , e os dois limites são verificados em teste. A Tabela 2 dá os marcos de temperatura; a mesma

irradiância, convertida pela fração visível do corpo negro, ilumina a cabine (5,4% da luz solar visível na inversão).

Tabela 2. Temperatura do fundo cósmico na proa ao longo da viagem.

Temperatura na proa	Primeira passagem (anos de bordo)	Tempo total acima do valor (anos)
300 K (início do cálculo óptico)	4,55	8,11
1.000 K	5,72	5,77
2.000 K	6,39	4,43
5.000 K	7,28	2,65
10.000 K	7,95	1,31
19.652 K (pico, inversão)	8,61	—

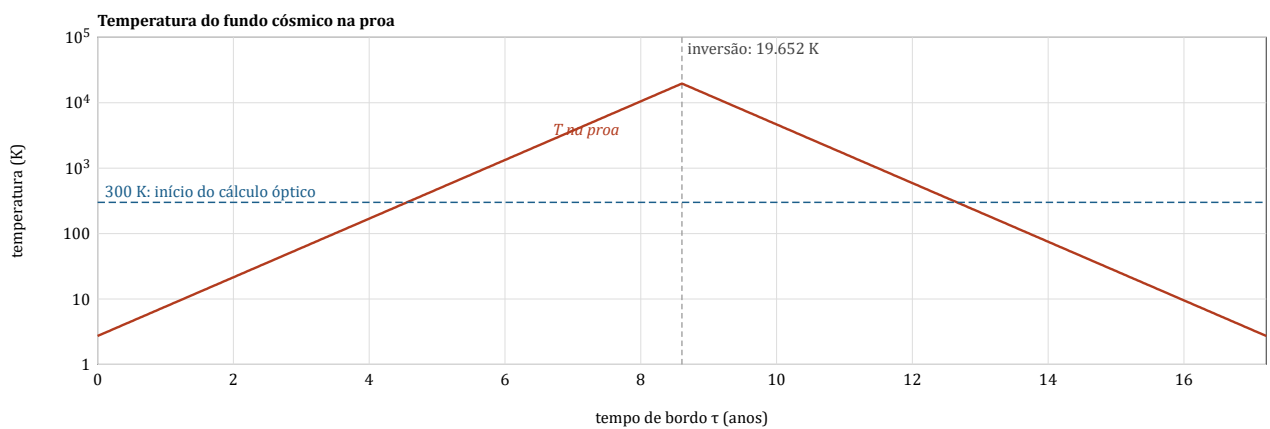


Figura 3. Temperatura de corpo negro do fundo cósmico na direção da proa, $T = T_0 e^\eta$ (corrigida pelo dipolo solar), pela equação (14): sobe por um fator e a cada 0,97 ano de bordo, passa de 300 K aos 4,55 anos — quando a mancha óptica começa a ser calculada — e chega a 19.652 K na inversão, caindo simetricamente na frenagem.

6. Nebulosa da Águia: dados e reconstrução

6.1 Dados

A geometria no plano do céu vem de duas fotografias públicas [12, 13]: ESO0926a (campo largo de 32', filtros B, V e R, CC BY 4.0) fornece a estrutura do campo largo; Hubble heic1501a (os Pilares, CC BY 4.0), registrada por correlação à primeira (rotação de 35°), entra nas estruturas menores que 0,08 al. As direções das estrelas de NGC 6611 vêm do SIMBAD e foram conferidas, em segundos de arco, contra o WCS da imagem ESO; temperaturas (32.000–41.500 K) e luminosidades de oito sistemas vêm da Tabela 5 de Sana et al. [14], binárias não resolvidas tratadas como uma fonte. As razões de quinze linhas ópticas relativas a H β (H α /H β = 4,343) vêm do espectro de exemplo de McLeod et al. [15], obtido com o MUSE, e a emissividade H α usa o coeficiente de recombinação $3,56 \times 10^{-25}$ erg cm³ s⁻¹, conferido pela relação entre medida de emissão e brilho Rayleigh. A profundidade vem de uma malha de referência para impressão 3D (NASA/STScI), escalada por 1,725 para coincidir com a silhueta registrada: altura dos Pilares 8,625 al, caixa de 6,39 $\times$ 10,53 $\times$ 9,81 al, grade de 142 $\times$ 234 $\times$ 218 células. Todas as dimensões transversais são ângulos medidos vezes a distância adotada, 7.000 al ao centro de M16 e 6.992 al ao plano dos Pilares; a profundidade é assumida (Seção 6.2).

6.2 Modelo de transporte

O realce de divulgação das fotografias é desfeito por uma lei de potência de expoente 2,4 (hipótese) e a imagem resultante é decomposta em um envelope de emissão (máximo suave em 0,7 al) e uma profundidade óptica fotográfica até $\tau_f = 4,5$, convertida na profundidade óptica adotada pelo modelo por $\tau_v = \min[8, \tau_f(1 + 2,6 \tau_f)]$ — uma regra declarada, não uma medição independente. As camadas são lâminas com espessura: a emissão de recombinação numa lâmina centrada 15 al atrás do plano dos Pilares ($\sigma = 3$ al, piso de 2%), as faixas e a nuvem-mãe a 8,5 al ($\sigma = 2$ al), as estrelas do aglomerado num plano comum 3,2 al atrás do plano dos Pilares. Luz vista sobre um absorvedor é tratada como um véu emitido numa camada de 0,1 a 1,4 al à frente dele, com o espectro de fundo. O espalhamento de luz estelar usa albedo 0,5 e função de fase de Henyey–Greenstein com $g = 0,6$; a opacidade $\kappa = 6 \text{ al}^{-1}$; o contínuo espalhado é um corpo negro de 37.755 K. O brilho absoluto está fixado por uma única medida de emissão, $10^5 \text{ cm}^{-6} \cdot \text{al}$ ($\approx 100 \text{ e}^-/\text{cm}^3$ em 10 al), um valor plausível pelo alto.

O transporte é uma marcha de raios no referencial de repouso da nebulosa, com 224 amostras (24 à frente, 160 no intervalo fino das faixas e dos Pilares, 40 atrás): emissão de linhas, contínuo espalhado e absorção cinza são integrados em ordem ao longo do raio; a radiância é transformada por Doppler e aberração no fim (as linhas deslocadas por λ/D saem do visível na aproximação — $H\alpha$, de 656 nm, está em 234 nm a 77% de c); o passo guarda, além da radiância pré-multiplicada, a profundidade de saída (codificada como $\log_2(1 + d)/34$, a mesma do passo das estrelas) e a profundidade óptica cumulativa em quatro pontos, de modo que as estrelas atrás do material sejam atenuadas pelo que de fato está à sua frente. O nível de detalhe das texturas é escolhido por ângulo de repouso por pixel aparente, que cresce com o fator Doppler: a nebulosa nunca ganha mais detalhe angular do que o plano fotográfico tem, nem serrilha quando distante. A distribuição volumétrica adotada não é determinada unicamente pelas observações: a espectroscopia fornece restrições sobre velocidades, densidade eletrônica, extinção e geometria relativa dos Pilares [15], mas não estabelece o campo tridimensional completo de densidade e emissividade usado aqui; as posições e espessuras das camadas, o plano comum das estrelas e a profundidade atribuída à malha são hipóteses documentadas do modelo. A Seção 11 resume o que nesse modelo é hipótese.

7. Propulsão, energia e o fluxo no escudo

7.1 Foguete de fótons

Adota-se um foguete de fótons perfeito: toda a massa de combustível é convertida em radiação colimada no sentido oposto ao empuxo. Para esse propulsor a equação do foguete relativística dá $m(\tau) = m_{\text{fim}} e^{b_{\text{fim}} - b(\tau)}$, em que b é a rapidez acumulada pelo empuxo, (3): $b = b_1 + \eta - \eta_1$ na aceleração e $b = b_F + \eta_F - \eta$ na frenagem, com $b_F = b_1 + \eta_F - \eta_1$ e $b_1 = 2,83 \times 10^{-3}$ a queima da subida. Com massa seca $m_{\text{fim}} = 100 \text{ t}$:

$$m_0 = m_{\text{fim}} e^{b_{\text{fim}}} = 5,20 \times 10^9 \text{ t}, \quad E_{\text{comb}} = m_{\text{fim}} (e^{b_{\text{fim}}} - 1) c^2 = 4,68 \times 10^{29} \text{ J}, \quad (15)$$

o que o Sol emite em 1.221 s. A potência do feixe, no referencial instantâneo da nave, é $P = m \cdot a_{\text{emp}} \cdot c$. No início da decolagem, com empuxo de 1,1 g, vale aproximadamente $1,68 \times 10^{22} \text{ W}$; para comparação, a referência $P_{\text{ref}} = m g_0 c$ adotada no modelo vale $1,53 \times 10^{22} \text{ W}$ com a massa inicial. Durante a frenagem a 1 g, a potência passa de $2,1 \times 10^{18} \text{ W}$ na inversão para $2,9 \times 10^{14} \text{ W}$ imediatamente antes da parada, quando o motor é desligado; na frenagem o feixe aponta para a frente em relação ao movimento. A fração de combustível usada é $(1 - e^{-b})/(1 - e^{-b_{\text{fim}}})$ e a reserva zero exatamente na parada; o painel de sistemas mostra a reserva, e a formatação usada pelo rádio de bordo calcula-a diretamente, $e^{-b}(1 - e^{-b_{\text{fim}}})/(1 - e^{-b_{\text{fim}}})$, para não perder os últimos dígitos por cancelamento, compondo as duas porcentagens em aritmética decimal inteira (a soma fecha em 100% sem arredondar a reserva a zero antes do fim). Um feixe

colimado não é visto lateralmente no vácuo sem algum mecanismo de espalhamento; no meio interestelar, sua aparência dependeria do espectro do feixe e das propriedades e distribuição do gás e da poeira. Esse espalhamento não é calculado pelo simulador; por isso sua contribuição visual foi omitida — não há plumas nem clarões — e a frenagem é indicada pelos instrumentos.

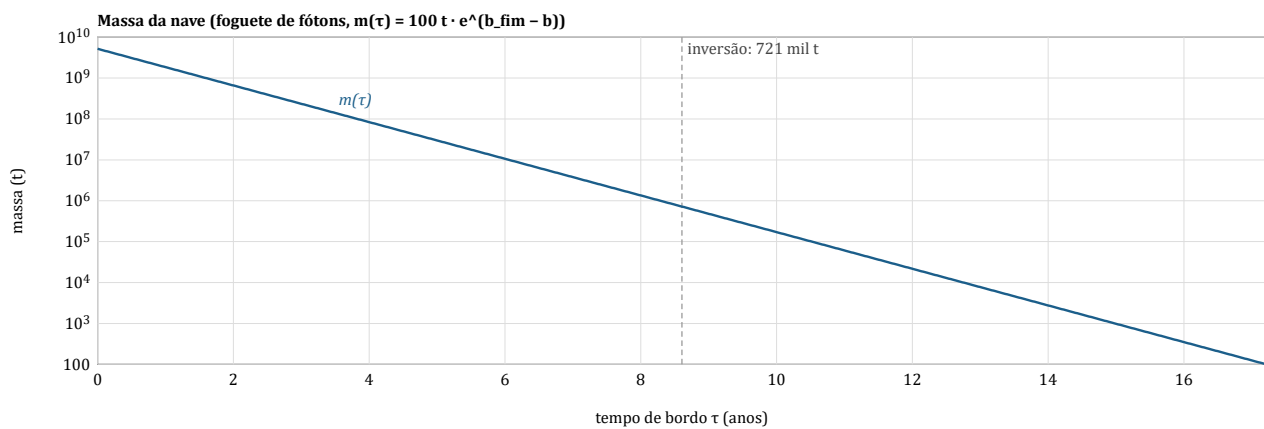


Figura 4. Massa total da nave ao longo da viagem para o foguete de fótons ideal com 100 t de massa seca: $5,20 \times 10^9$ t na partida, $7,21 \times 10^5$ t na inversão e 100 t na parada; em escala logarítmica a curva é uma reta por trecho, porque a queima b é a própria rapidez acumulada.

7.2 Meio interestelar e escudo

O gás interestelar chega à proa como um feixe de prótons de energia cinética $(\gamma - 1)m_p c^2$, com densidade γn no referencial da nave. O fluxo de energia sobre uma superfície normal ao movimento é

$$W = n c m_p c^2 \beta \gamma (\gamma - 1) = n c m_p c^2 \sinh \eta \cdot 2 \sinh^2 \frac{\eta}{2}, \quad (16)$$

escrito na segunda forma para evitar $\gamma - 1$ em baixa velocidade. Com $n = 0,1 \text{ cm}^{-3}$, a densidade da Bolha Local adotada para toda a viagem, $W = 5,9 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$ na inversão (3,4 TeV por próton), cerca de 930 vezes a emitância da superfície do Sol; a temperatura de equilíbrio radiativo de uma face, $(W/\sigma)^{1/4}$, é $\sim 32.000 \text{ K}$. O bloco ESCUDO do painel de sistemas mostra essas grandezas e supõe um escudo capaz de suportá-las. Semyonov [16, 17] mostra que o gás recebido é a fonte de radiação dominante de um voo relativístico, acima dos raios cósmicos, e que impõe blindagem real; a simulação não modela dose, erosão por poeira nem radiação secundária (Seção 11).

8. Encontros cenográficos

8.1 Posições e velocidades

Numa reta da Terra até M16 a nave não passaria perto de nenhum corpo do Sistema Solar. Para que a viagem tivesse o que mostrar nos primeiros dias, Lua, Marte, Ceres, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno e Plutão são colocados no ponto em que a nave cruza o raio orbital médio de cada um, em lados alternados da rota, a 1,5 raios do centro (Saturno a 1,55 R e 0,18 R acima do plano dos anéis; Urano a 1,5 R, pela abertura entre a primeira e a segunda faixa, com mais de 300 km de folga); as luas de Júpiter têm raios reais (1.821, 1.560 e 2.634 km) em posições fixas, Caronte (606 km) fica a (9.000; 5.000; 12.000) km de Plutão — 15.800 km, uns 20% menos que a separação real de $\sim 19.600 \text{ km}$ — e o cinturão de asteroides é representado por vinte rochas de 20–92 km. O instante de cada passagem é o marco físico do raio orbital (Apêndice B), e a velocidade é a da trajetória: o deslocamento por quadro é $\gamma \beta c \Delta \tau$ — a Lua cruza o diâmetro em 41 s a 307 mil km/h; Plutão passa a 38,7 milhões de km/h, em 0,22 s. Não há câmera lenta, assistência gravitacional nem perturbação da rota.

8.2 Representação

Os corpos são esferas texturizadas (Solar System Scope, CC BY 4.0, com preenchimentos de regiões não observadas; Plutão da New Horizons com lacunas; Ceres fictício) iluminadas por uma direção fixa, normaliza(-0,48; 0,65; -0,90), e não pelo Sol — a fase exibida não é a real. A aberração é aplicada à posição e ao tamanho angular de cada corpo, mas não há deslocamento Doppler de cor nem ganho D^4 sobre as texturas: nas passagens planetárias $\beta \leq 0,036$, o que omite até 3,7% de deslocamento espectral e até 15,5% de ganho de radiância (D^4) para um corpo à frente; na Nuvem de Oort $\beta = 0,25$ e o fator $D \approx 1,3$ já quase triplicaria a radiância. Os anéis de Saturno são material sintético com faixas C (1,275–1,58 R_S), B (1,58–2,018), divisão de Cassini (2,018–2,10), A (2,10–2,349) e Encke (2,291–2,297), com $R_S = 58.232$ km na cena: em quilômetros as bordas ficam a 74.246 (C interior; NASA 74.658), 92.007 (C/B; 91.975), 117.512 (B exterior; 117.507), 122.287 (A interior; 122.340) e 136.787 km (A exterior; 136.780) — diferenças de até 0,55%; o que é sintético é a textura. Os anéis de Urano são sete faixas cenográficas centradas de 1,62 a 2,07 R_U a passos de 0,075 R_U , com larguras de 400 a 1.500 km, ampliadas para visibilidade: os anéis reais têm de 1 a 10 km de largura (o ϵ , de 20 a 100 km). Têm transparência e sombra, sem emissão própria.

8.3 Nuvem de Oort e Bolha Local

A partir de 2.000 UA do Sol (dia 90,2 de bordo, $\beta = 0,25$) um trecho de 24 horas de bordo apresenta nove grupos de três corpos gelados de 35 a 125 km, com textura lunar, passando a até 4.500 km da nave entre 00h00 e 23h52 de bordo; o fim do dia encerra só a sequência — o modelo situa a saída da nuvem a 100.000 UA, no dia 574. A nuvem real é inferida, não observada; corpos de mais de 1 km distam dezenas de UA entre si, e a probabilidade de passar a 10 mil quilômetros de um deles em 24 horas é essencialmente nula. A "parede" de filamentos da Bolha Local é uma transição gaussiana ($\sigma = 0,003$ al) em 300 al, desenhada em coordenadas de tela por ruído fractal sem Doppler nem aberração; a bolha real é gás quente, invisível no óptico e sem borda nítida, e a 300 al a nave já está a $\gamma \approx 310$. Marcos heliosféricos (choque de terminação a 90 UA, heliopausa a 120 UA, Voyager 1 a 165 UA mais 3,57 UA/ano desde 2025, cinturão de Kuiper a 40 UA) são valores arredondados, medidos como distância ao Sol.

9. Instrumentos, diário e rádio de bordo

9.1 Painéis

Todos os painéis são funções puras do estado (Seção 2.3), formatadas em módulos sem acesso ao documento e testadas em Node. O painel de velocidade mostra a velocidade em km/h, a fração de c com pelo menos dois dígitos significativos da diferença para 100% (99,9999962% na inversão), a velocidade própria $\gamma\beta c$ em unidades dinâmicas (km, mil km, milhões de km, UA por segundo de bordo) e a *fita de rapidez*: como η cresce à mesma taxa a cada dia de bordo, a nave avança pela fita a passo constante, e as marcas de 50%, 90%, 99%, ... 99,99999% de c , em $\eta = \frac{1}{2} \ln((2 - \epsilon)/\epsilon)$, ficam quase equidistantes. O painel do tempo mostra a vantagem da Terra, $t_{\oplus} - \tau$, numa escala de fundo 1-2-5 com unidade dinâmica a partir de picossegundos (abaixo disso a diferença fica sob a resolução da integração nos primeiros segundos) e o fator γ em escala logarítmica; a massa, também em escala logarítmica, está no painel "Massa e combustível", ao lado da reserva. O mapa de navegação tem um ciclo de 64 s: 10 s na vista geral, 2 s de aproximação, 50 s na vista local e 2 s de retorno, com a nave continuando a deslocar-se sobre a régua durante as transições. A vista geral mapeia a posição por $X = \frac{1}{2} \ln(1 + k u)/\ln(1 + k)$ antes da inversão, com $u = (r - R_{\oplus})/(r_F - R_{\oplus})$ e $k = 10^{12}$, e por $X = 1 - \frac{1}{2} \ln(1 + k w)/\ln(1 + k)$ depois, com $w = (D - r)/(D - r_F)$ avaliado por (8): a régua passa de distância percorrida a distância restante na inversão, e tanto os primeiros quilômetros quanto os últimos anos-luz ficam visíveis; Terra e Plutão são referências fixas do

Sistema Solar, com o próximo encontro destacado. A vista local mostra dois marcos — o anterior e o próximo, com distâncias arredondadas na unidade exibida e prioridade para encontros — e, quando o marco está longe, uma referência absoluta arredondada com incrementos locais, para que o movimento continue perceptível; as leituras inferiores diferem entre as duas vistas, e a distância a bordo até a parada é a distância restante dividida por γ . O painel de radiação desenha λB_λ normalizado ao próprio pico para o Sol pela ré e o CMB pela proa, e compara, em uma faixa de energia, a irradiância solar $L_\odot/(4\pi d^2) \cdot D^2$ com a irradiância do CMB na proa (Seção 5): o fundo cósmico ultrapassa o Sol antes do primeiro ano de bordo; na inversão são 217 W/m^2 contra $5,4 \times 10^{-22} \text{ W/m}^2$ do Sol pela ré — um fator $\approx 4 \times 10^{23}$ — e, na chegada, com a nave parada, $\approx 5 \times 10^8$. A câmera traseira compõe a Terra ou o Sol com a data de emissão, a idade da luz e o fator de câmera lenta (9); a janela frontal e a traseira são atualizadas a 10 e 5 Hz no cruzeiro.

9.2 Luz da cabine

A cabine é uma imagem única com três camadas de luz calculadas: um ciclo circadiano (dia de 07 h a 19 h, noite de 22 h a 05 h a 55% com tinta quente, rampas entre eles) em multiplicação; a luz que entra pela janela, em adição — a soma da luz diurna da Terra durante a subida ($0,15 \cdot e^{-h/8.500 \text{ m}}$) com a irradiância do CMB convertida pela fração visível do corpo negro à temperatura da proa e normalizada por 550 W/m^2 , o que dá 0,32% da luz solar visível aos 7 anos e 5,37% na inversão (uma aproximação de iluminação: a temperatura do CMB varia com a direção e o coeficiente usa a da proa); e um reflexo do vidro, cuja opacidade $0,09 \cdot \text{nível}/(1 + \text{luz externa}/0,005)$ cede quando há luz de fora. A placa de construtor e as sombras da cabine seguem essas camadas; não há fotometria calibrada.

9.3 Diário e rádio

O diário de bordo é gerado por módulos de marcos que recebem a função de estado e um resolvedor por bisseção: cada marco (escape, órbitas, 1 dia-luz, heliopausa, Oort, temperaturas do CMB, meio-ângulo de aberração, "+100 anos na Terra", estrelas de referência como Proxima, Sírius, Vega e Betelgeuse, limiares de velocidade, inversão, chegada) é um instante τ calculado, não escrito à mão, e 108 fatos de contexto acompanham os marcos com fonte anotada no código. O rádio de bordo é uma faixa de notícias com 2.415 falas pré-escritas (241 originais e 2.174 de uma expansão), de três vozes — a Borealis e dois funcionários fictícios, Dona Márcia, da Diretoria de Conformidade e Integridade Patrimonial, e Seu Valdir, do Suporte Operacional e Contingências. Os comentários do catálogo seguem uma restrição editorial a dígitos, com exceções para "1 g" e "24 h/24 horas"; o analisador também preserva o lema aprovado da nave. Números por extenso são permitidos em humor administrativo, mas não para introduzir dados físicos. Os valores dos informes vêm da simulação; a revisão editorial e os testes verificam que os comentários não inventem leituras ou panes nem contradigam os marcos. A distribuição é determinística: cada fala tem fase de voo e assunto, é selecionada pelo marco anterior ou próximo e por janelas de proximidade, não se repete antes de 15 min (histórico das 24 últimas), e as respostas de personagens expiram em 5 min ou quando a fase muda; mensagens que ficaram desatualizadas são descartadas. Não há geração de texto por IA em tempo real.

10. Implementação e robustez numérica

10.1 Arquitetura

A aplicação é estática: HTML, CSS, JavaScript (módulos ES) e WebGL2, sem bibliotecas de execução. A função de estado (Seção 2) é pura e determinística; o laço de quadros lê o relógio, calcula o estado e atualiza painéis, céu, câmera traseira e rádio. O céu usa um passo HDR de pontos (estrelas, com PSF gaussiana e disco físico quando resolvido), um passo de fundo (Via Láctea difusa, Terra, atmosfera), um

passo volumétrico para a nebulosa (meia resolução até os Pilares ocuparem mais de 40 px) e um passo final de composição que soma o CMB em 32 bits e aplica (13). As taxas de quadros são escolhidas por fase: 60 Hz em passagens próximas, 30 Hz nos dois primeiros dias, 10 Hz no cruzeiro (5 Hz na câmera traseira), porque no cruzeiro nada muda em escala de quadro.

10.2 Formulações estáveis

Várias quantidades da viagem têm razões de ordem 10^7 – 10^{19} entre partida e inversão, e a dupla precisão ($2^{-52} \approx 2,2 \times 10^{-16}$) não basta para as formas ingênuas. As escolhas:

- **Rapidez como variável de estado.** η é linear em τ (5); β , γ e $\varepsilon = 1 - \beta$ são derivados dela: $\varepsilon = 2/(e^{2\eta} + 1)$ evita o cancelamento de $1 - \tanh \eta$ (que satura em 10^{-16}) e representa valores muito menores, dentro dos limites do ponto flutuante. Na inversão $\varepsilon = 3,84 \times 10^{-8}$: a velocidade está a 41,5 km/h de c e esse número é exibido com dois dígitos significativos.
- **Distância que falta.** $D - r$ perderia os últimos quilômetros de $6,6 \times 10^{19}$ m (nessa magnitude o espaçamento entre doubles é 8.192 m); a frenagem usa (8), que vai a zero continuamente, e o mapa da rota converte para quilômetros a partir dela.
- **Diferenças de funções hiperbólicas.** (6) usa as identidades produto-para-soma em vez de $\cosh \eta - \cosh \eta_1$, que perderia dígitos no início da fase 2.
- **Doppler e aberração.** (10) e (11) nunca formam $1 - \beta \cos \theta$; o ângulo é propagado como $\tan(\theta/2)$, com os ramos $\sin \theta/(1 + \cos \theta)$ e $(1 - \cos \theta)/\sin \theta$; o limite $\tan(\theta'/2) > 10^{15}$ é tratado como $\theta' = \pi$. A composição com o dipolo solar calcula $\gamma - |\gamma\beta|$ como $e^{-\eta}$.
- **Combustível.** Frações via $\exp m1/\exp$ e reserva calculada diretamente; na formatação do rádio, porcentagens em inteiros decimais (BigInt) para que 99,9...% e 0,0...1% somem 100% sem arredondar a reserva a zero.
- **Fundo cósmico.** Radiância em tabela logarítmica; temperatura por $|d - \text{eixo}|^2$, estável no ápice; integração por pixel com conservação de fluxo, critério de subdivisão em unidades angulares; soma em 32 bits fora do *buffer* de meia precisão das estrelas, que é limitado a 60.000 para não transbordar.
- **Profundidade.** Codificação logarítmica $\log_2(1 + d)/34$, com d em anos-luz, compartilhada entre estrelas e nebulosa: uma faixa de muitas ordens de grandeza no mesmo *buffer* — faixa representável, não resolução; em float32 o termo $1 + d$ perde incrementos abaixo de $\sim 10^{-7}$ al.
- **Relógio.** Alinhamento com o servidor por HEAD (uma estimativa, Seção 3.1); T_0 e os tempos são inteiros de milissegundos; $\tau = t - T_0$ é exato em dupla precisão por $\sim 10^5$ anos.

10.3 Verificação

O repositório inclui 128 testes automatizados em 19 arquivos (Node.js), executados a cada alteração, e duas páginas de verificação no navegador (806 verificações do mapa da rota e 2.804 dos textos do rádio). Entre os testes físicos: a irradiância do CMB contra seus dois limites analíticos; a emissividade $H\alpha$ contra a relação medida de emissão-Rayleigh; a parada com $v = 0$ e queima total em τ_{fim} ; a velocidade nas passagens (deslocamento = $\gamma\beta c \cdot \Delta\tau$); estabilidade do CMB após uma hora simulada e independência do histórico; ausência de pico artificial na ré; a imagem da Terra na câmera traseira; e uma réplica em CPU do shader de pontos sobre as 109.400 estrelas do HYG, que fixa o limite de magnitude em repouso (agrupadas pela parte inteira da magnitude: toda estrela até mag 7 visível; 30–60% das de mag 8; nenhuma de mag 9; 50.000–62.000 visíveis no céu inteiro), a cor branca de Sírius, o aumento de estrelas à frente com 1 ano de bordo, a predominância de estrelas frias deslocadas aos 3 anos e o anel de 1° com 300–2.000 estrelas na inversão. A limpeza da versão 1.0 foi conferida por comparação pixel a pixel de um estado congelado (0,03% de pixels diferentes, apenas dígitos que mudam com o relógio). Os números desta seção referem-se

à versão 1.1.0 do site, de 19/10/2026: os testes rodam com `node --test check-*.mjs` na pasta `hybrid/`, e as páginas de verificação abrem-se no navegador (`check-route.html`, `check-radio.html`); as fontes dos dados e da malha, com os hashes dos arquivos, estão na página "Fontes e créditos". Esses testes verificam consistência interna com o modelo; não são validação observacional — passar neles não calibra as fotografias nem demonstra que um olho humano veria aquele brilho.

10.4 Publicação e tempo real

O site é publicado como arquivos estáticos; a publicação carimba a versão, um identificador de geração e o instante $T_0 = 1792422000000$ ms (época Unix), lacrado: toda publicação posterior repete o mesmo T_0 , e os atalhos de tempo usados no desenvolvimento são ignorados na cópia publicada. O instante é único para todos os visitantes; o estado exibido é a função de estado avaliada no relógio real.

11. Limitações e problemas conhecidos

As simplificações estão listadas para o público na página "Licença poética"; aqui estão organizadas por tipo, com o que se sabe do seu tamanho.

11.1 Impossibilidades assumidas

- **Propulsão.** Não existe foguete de fótons perfeito. A razão de massas $5,2 \times 10^7$ para 100 t de massa seca total, e a potência de $1,68 \times 10^{22}$ W na partida, estão fora de qualquer engenharia conhecida. Num modelo simplificado com fração constante $1 - f$ da energia de massa perdida emitida em fótons colimados, e o restante escapando isotropicamente no referencial instantâneo da nave, a razão de massas é $e^{b_{\text{fim}}/(1-f)}$: como exemplo hipotético, uma eficiência de 50% eleva a razão de $5,2 \times 10^7$ para $2,7 \times 10^{15}$ — esse percentual não representa uma eficiência universal de motores de antimatéria. Massa de tanques, radiadores e reserva são zero.
- **Escudo e tripulação.** Fluxo de $5,9 \times 10^{10}$ W/m² ($n = 0,1$ cm⁻³) sem efeito sobre a nave; dose, erosão por grãos, radiação secundária e ionização não modeladas; inversão instantânea; 1 g ininterrupto depois da subida, na aceleração e na frenagem (zero na parada); sem suporte à vida.
- **Lançamento.** Subida vertical sem atmosfera, arrasto, rotação (465 m/s) ou órbita da Terra (29,8 km/s), sem órbita de estacionamento; partir de uma órbita de 400 km mudaria 0,008% do combustível e 41 min de bordo. A direção da subida é a da rota, o que exigiria M16 no zênite da base no T_0 ; ao meio-dia de 19/10/2026 ela estava a $\sim 30^\circ$ de altura nessa longitude, e a orientação visual fixa da Terra esconde a diferença.

11.2 Limites dos dados

- **Distância.** 7.000 al ao centro de M16 é o valor clássico; as paralaxes Gaia DR2 dão 1.740 ± 130 pc $\approx 5.700 \pm 400$ al para NGC 6611 [18]. A diferença muda pouco o tempo de bordo ($17,2 \rightarrow 16,8$ anos, pelo logaritmo em (7)), mas muda ~ 1.300 anos o tempo na Terra e escala todas as dimensões da nebulosa (altura dos Pilares $8,6 \rightarrow 7,0$ al).
- **Nebulosa.** Toda a profundidade é hipótese: lâminas, plano comum das estrelas, expoente do realce, conversão $\tau_f \rightarrow \tau_v$, albedo, g , κ , uma única medida de emissão; só oito das ~ 500 estrelas do aglomerado iluminam o gás; espectro de linhas de um ponto, só óptico; sem espalhamento múltiplo; a nebulosa é mostrada como nas fotografias — luz emitida ~ 6.992 anos antes de 2026, na distância adotada —, enquanto na chegada, 6.987 anos terrestres depois da partida, a nave recebe luz emitida ~ 7 anos antes daquele instante: entre as duas épocas observadas vão ~ 14.000 anos de evolução não modelada. Pela taxa de fotoevaporação medida (McLeod et al. [15]: $\sim 70 M_\odot/\text{Myr}$, vida ~ 3 Myr) a mudança seria

pequena. A sugestão de uma supernova recente a partir de dados Spitzer [19] é uma hipótese de divulgação; as imagens Hubble de 1995 e 2014 [13] registram apenas mudanças pequenas nos Pilares.

- **Catálogos.** 299.858 estrelas contra bilhões reais; faltam as fracas e as distantes, em especial as que a aberração traria para a janela perto de M16; o adendo Gaia não tem velocidades (fica parado) e foi selecionado com um eixo de rota $0,1^\circ$ anterior ao atual; temperaturas por cor ou classe, espectros sem linhas.
- **Poeira.** Modelo suave de disco (12), sem as nuvens reais da direção de Serpens/Aquila; Via Láctea difusa e galáxias externas sintéticas.
- **Movimento de M16.** Nenhuma velocidade relativa Sol-aglomerado; a escala do que se ignora é 0,024 al em 7.000 anos por km/s.

11.3 Escolhas de cena

- **Encontros.** Planetas colocados no cruzamento do raio orbital, em lados alternados, a 1,5 raios; iluminação de direção fixa (fase não real); sem Doppler de cor nem ganho de radiância nos planetas (até 3,7% em frequência e 15,5% em radiância com $\beta \leq 0,036$; na Nuvem de Oort, $\beta = 0,25$ e $D \approx 1,3$ quase triplicariam o brilho); anéis de Saturno sintéticos, com bordas a até 0,55% das reais; anéis de Urano com faixas de 400–1.500 km de largura contra 1–10 km reais; luas de Júpiter fixas; Caronte ~20% mais perto de Plutão que na realidade; vinte rochas como cinturão; Nuvem de Oort com nove grupos inventados em 24 h (frequência real ≈ 0); "parede" da Bolha Local a 300 al, artística.
- **Terra.** Mapa Blue Marble de 2004 com nuvens históricas; a Terra exibida não gira (meridiano e terminador do T_0); sem meteorologia, estações ou luzes urbanas.
- **Cabine e percepção.** Uma imagem única com camadas de luz; sem som, vibração ou peso; câmera de exposição fixa, sem adaptação do olho nem calibração fotométrica do monitor; o reflexo do vidro é uma camada visual, não uma simulação óptica.
- **Narrativa.** A nave, a base, a placa e o rádio de bordo (2.415 falas, personagens fictícios, sem leituras nem panes inventadas) são ficção; a empresa é real.

11.4 Inconsistências internas conhecidas

- A densidade do meio no cálculo do escudo é $0,1 \text{ cm}^{-3}$ em toda a viagem, enquanto a estimativa do brilho espalhado do escapamento usa 1 cm^{-3} na rota e 100 cm^{-3} na cavidade de M16; dentro da heliosfera o valor é ainda outro. O calor no escudo varia por um fator 10 conforme a escolha.
- A luminosidade solar aparece como $3,83 \times 10^{26} \text{ W}$ nas unidades do painel de energia e $3,828 \times 10^{26} \text{ W}$ nos marcos (0,05%).
- Os textos do diário chamam o ponto final de "chegada aos Pilares", enquanto o mapa o chama de parada, a 6,9 al da face mais próxima.

11.5 Hipóteses e sensibilidade do modelo

- A temperatura de equilíbrio do escudo usa radiação por uma face; por duas faces seria $2^{-1/4}$ (16%) menor.
- O realce fotográfico invertido (expoente 2,4), o fator 1,725 da malha, o teto $\tau_v \leq 8$ e a grade de $142 \times 234 \times 218$ são escolhas de projeto documentadas, não medições; mudá-las muda a aparência da nebulosa sem contradizer dado algum.

12. Conclusão

A Borealis Horizon mostra que uma viagem relativística pode ser apresentada ao público com os números certos, em tempo real, por 17 anos, com código que cabe em um navegador: cinemática em forma fechada, luz transformada direção a direção, fundo cósmico calculado da lei de Planck e uma nebulosa construída a partir de observações públicas, tudo sob exposição fixa e escolhas visuais documentadas. O preço são as simplificações declaradas — um motor e um escudo que não existem, uma distribuição volumétrica da nebulosa que as observações não determinam por si, planetas colocados onde ficam bonitos — e este documento as deixa explícitas, com o tamanho de cada uma, para que o leitor saiba exatamente o que está vendo.

Referências

- [1] Rindler, W. *Relativity: Special, General, and Cosmological*. 2.^a ed., Oxford University Press, 2006.
- [2] Møller, C. *The Theory of Relativity*. 2.^a ed., Clarendon Press, 1972.
- [3] Rindler, W. "Kruskal space and the uniformly accelerated frame". *American Journal of Physics* 34, 1174 (1966).
- [4] Penrose, R. "The apparent shape of a relativistically moving sphere". *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 55, 137 (1959); a forma do meio-ângulo da aberração segue da transformação de Lorentz dos cossenos diretores.
- [5] Peebles, P. J. E.; Wilkinson, D. T. "Comment on the anisotropy of the primeval fireball". *Physical Review* 174, 2168 (1968) — radiância $\propto D^4$ e invariância de I_ν/ν^3 .
- [6] Wyman, C.; Sloan, P.-P.; Shirley, P. "Simple analytic approximations to the CIE XYZ color matching functions". *Journal of Computer Graphics Techniques* 2(2), 1 (2013). <https://jcgt.org/published/0002/02/01/>
- [7] Ballesteros, F. J. "New insights into black bodies". *EPL* 97, 34008 (2012). arXiv:1201.1809.
- [8] Nash, D. *HYG Database v4.1* (CC BY-SA 4.0). <https://github.com/astronexus/HYG-Database>
- [9] Tribick, A. *celestia-gaia-stardb v1.1.1.1* — Gaia EDR3 / Hipparcos / Tycho para Celestia (CC BY-NC 3.0 IGO); Gaia Collaboration, *A&A* 649, A1 (2021); Bailer-Jones et al., *AJ* 161, 147 (2021). <https://github.com/ajtribick/celestia-gaia-stardb>
- [10] Particle Data Group, "Cosmic microwave background", *Review of Particle Physics* (2025), eq. 29.2: $T_0 = 2,7255$ K; dipolo 369,82 km/s para $(l, b) = (264,021^\circ, 48,253^\circ)$. Fixsen, D. J. "The temperature of the cosmic microwave background". *ApJ* 707, 916 (2009).
- [11] Planck Collaboration. "Planck 2018 results. I. Overview". *A&A* 641, A1 (2020).
- [12] ESO. "The Eagle Nebula" (eso0926a), WFI/La Silla, 2009, CC BY 4.0. <https://www.eso.org/public/images/eso0926a/>
- [13] NASA/ESA Hubble. "Pillars of Creation" (heic1501a) e comunicado heic1501, 2015, CC BY 4.0. <https://esahubble.org/news/heic1501/>
- [14] Sana, H. et al. "The massive star binary fraction in young open clusters — II. NGC 6611 (Eagle Nebula)". *MNRAS* 400, 1479 (2009).
- [15] McLeod, A. F. et al. "The Pillars of Creation revisited with MUSE: gas kinematics and high-mass stellar feedback traced by optical spectroscopy". *MNRAS* 450, 1057 (2015).
- [16] Semyonov, O. G. "Radiation hazard of relativistic interstellar flight". *Acta Astronautica* 64, 644 (2009). arXiv:physics/0610030.
- [17] Semyonov, O. G. "Radiation conditions in relativistic interstellar flight". *Acta Futura* 12 (2020). arXiv:2004.10079.
- [18] Kuhn, M. A.; Hillenbrand, L. A.; Sills, A.; Feigelson, E. D.; Getman, K. V. "Kinematics in young star clusters and associations with Gaia DR2". *ApJ* 870, 32 (2019).
- [19] Flagey, N. et al. "Tracing the energetics and evolution of dust with Spitzer: a chapter in the history of the Eagle Nebula". *A&A* 531, A51 (2011).
- [20] NASA Earth Observatory. *Blue Marble: Next Generation* (janeiro de 2004) e *Blue Marble Clouds*.

[21] Solar System Scope. *Solar System Textures* (CC BY 4.0); NASA/JHUAPL/SwRI, mapa de Plutão (New Horizons).

[22] Ashby, N. "Relativity in the Global Positioning System". *Living Reviews in Relativity* 6, 1 (2003).

Apêndice A. Constantes e parâmetros

Símbolo	Valor	Uso
c	299.792.458 m/s	exato
g_0	9,80665 m/s ²	aceleração própria de cruzeiro
ano	365,25 d = 31.557.600 s	ano-luz = 9,4607×10 ¹⁵ m; calendário de bordo
UA	1,495978707×10 ¹¹ m	velocidade própria, marcos
$R_\oplus$	6.371 km	$GM = g_0 R_\oplus^2$
T_0 (CMB)	2,7255 K	monopolo
dipolo solar	369,82 km/s; (l, b) = (264,021°, 48,253°)	composição com o boost da nave
σ	5,670374419×10 ⁻⁸ W m ⁻² K ⁻⁴	irradiância, escudo
$m_p c^2$	1,50327759×10 ⁻¹⁰ J (938,27 MeV)	fluxo no escudo
n	0,1 cm ⁻³	densidade do meio (escudo)
m_{fim}	100 t	massa seca
D, distâncias	7.000 al (centro de M16); 6.992 al (plano dos Pilares); 6.985 al (parada)	rota
direção da rota	l = 16,890922°, b = 0,753177°	terço superior dos Pilares
poeira	K = 5,1×10 ⁻⁴ al ⁻¹ ; H = 330 al; $z_\odot = 65$ al; canais (−0,18; 0; 0,30)	extinção
exposição	$E_{\text{escuro}} = 5.400$ a 1.200 px/rad; $\sigma_{\text{PSF}} = \max(0,55 \text{ px}; 1,2 \times 10^{-4} \text{ rad})$	céu
nebulosa	escala 1,725; lâminas 15 al (σ 3), 8,5 al (σ 2), estrelas 3,2 al; $\tau_v = \tau_f(1 + 2,6\tau_f)$; albedo 0,5; g = 0,6; $\kappa = 6 \text{ al}^{-1}$; 224 amostras	transporte

Profundidade óptica de (12) ao longo de um segmento de comprimento d entre alturas z_0 e z_1 (medidas do plano): $\tau = K d e^{-|\bar{z}|/H}$ se $|z_1 - z_0| < 10^{-3} d$, e, caso contrário, $\tau = (K d / \Delta z) [\text{sgn}(z_1) H (1 - e^{-|z_1|/H}) - \text{sgn}(z_0) H (1 - e^{-|z_0|/H})]$.

Apêndice B. Marcos da viagem

Marco	Tempo de bordo	Estado
Escape da gravidade terrestre ($v^2 = 2GM/r$)	44 min	subida a 0,1–1 g líquido
Lua (raio orbital)	2,98 h	307 mil km/h; 41 s para cruzar o diâmetro
Fim da subida (início da forma fechada)	24 h	$34,9 \times 10^6$ km; 827 km/s
Marte · Ceres · Júpiter	2,19 · 3,27 · 4,59 d	passagens cenográficas a 1,5 raios
Saturno · Urano · Netuno · Plutão	6,25 · 8,87 · 11,1 · 12,7 d	Plutão a $38,7 \times 10^6$ km/h
Nuvem de Oort (2.000 UA)	90,2 d	$\beta = 0,25$; saída do modelo (100.000 UA) no dia 574
Bolha Local (300 al)	6,23 anos	$\gamma \approx 310$
CMB a 1.000 K na proa	5,72 anos	Tabela 2
Inversão	8,606 anos	$\gamma = 3.606$; 3.493 anos na Terra; 3.492,5 al
Parada	17,211 anos	6.985 al; 6.987 anos na Terra; $v = 0$; combustível zero

Borealis Dynamics · Borealis Horizon, versão 1.1.0 · As fontes e licenças de cada recurso estão na página "Fontes e créditos" do site; as simplificações, na "Licença poética"; as mudanças de cada versão, em "Versões". O site é não comercial, educacional e gratuito.